



www.matpanda.pl

Matematyka poziom spokojny

6. Wielomiany

ZADANIA ZAMKNIĘTE

6.1. (1 punkt)

Wyrażenie $27x^3 + y^3$ jest równe iloczynowi:

- a) $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$
- b) $(3x + y)(9x^2 + 3xy + y^2)$
- c) $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$
- d) $(3x - y)(9x^2 - 3xy + y^2)$

6.2. (1 punkt)

Równanie $x(x - 2) = (x - 2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

- a) nie ma rozwiązań.
- b) ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 2$.
- c) ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 0$.
- d) ma dwa różne rozwiązania: $x = 1$ i $x = 2$.

6.3. (1 punkt)

Liczba pierwiastków wielomianu $Q(x) = x^3 - 100x$, które są liczbami parzystymi jest równa:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

6.4. (1 punkt)

Liczba pierwiastków wielomianu $W(x) = (x^2 + 16)(x^2 - 2x + 2)$ jest równa:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 4

6.5. (1 punkt)

Równanie $(2x - 1) \cdot (x - 2) = (1 - 2x) \cdot (x + 2)$ ma dwa rozwiązania.

Są to liczby

- a) -2 oraz $\frac{1}{2}$ b) 0 oraz $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ oraz 2 d) -2 oraz 2

ZADANIA OTWARTE

6.6. (1 punkt za każde zadanie)

Wykonaj działania i uporządkuj otrzymany wielomian.

a) $(2t + 6t^2 + 1) - (2t^3 - t^2 + 3t - 2)$

b) $(2x^3 + x^2)(2x^3 - x^2) + (x^2 + 1)^3$

6.7. (1 punkt)

Jaki jest stopień wielomianu otrzymanego z podanego poniżej wyrażenia?

$$7(1 - x + x^2 - \dots - x^{15})(x^{10} - x^9 + \dots + 1).$$

6.8. (2 punkty za każde zadanie)

Rozwiąż równania:

a) $v^3 + 2v^2 - 8v - 16 = 0$

b) $x^3 - 12x^2 + x - 12 = 0$

c) $y^3 - 4y^2 - 3y + 12 = 0$

d) $z^3 - 7z^2 - 4z + 28 = 0$

6.9. (2 punkty)

Liczby $x_1 = -4$ i $x_2 = 3$ są pierwiastkami wielomianu $W(x)$.

$$W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36$$

Oblicz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

6.10. (1 punkt)

Wyznacz iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2x(x^2 - 9)(x + 1) = 0$.

6.11. (1 punkt)

Dane są wielomiany $W(x) = -2x^3 + 5x^2 - 3$ oraz $P(x) = 2x^3 + 12x$.

Wyznacz wielomian $W(x) + P(x)$.

6.12. (2 punkty)

Rozwiąż równanie $(x^3 + 125)(x^2 - 64) = 0$.

6.13. (2 punkty)

W wielomianie

$$W(x) = 6x^4 + 3x^3 - 3x^2$$

wyłącz przed nawias czynnik zawierający x^2 . Sprawdź, czy otrzymany w nawiasie trójmian kwadratowy rozkłada się na czynniki liniowe. Jeżeli tak, to podaj rozkład wielomianu na czynniki liniowe.

6.14. (2 punkty za każdy wielomian)

Rozłóż wielomian na czynniki.

$$W(x) = (x^2 - 3x - 4)(x^2 + 5x + 4),$$

$$U(x) = (x^3 + x^2 - 2x)(x^3 + 2x^2 - 15x).$$

6.15. (4 punkty)

Dany jest prostopadłościan o bokach $a = x$, $b = x + 5$, $c = 5x - 5$.

Pokaż, że funkcja opisująca jego objętość (iloczyn $a \cdot b \cdot c$) wyraża się wzorem

$$V(x) = 5x^3 + 20x^2 - 25x \text{ dla } x > 1.$$

Oblicz objętość prostopadłościanu dla $x = 6$.

Podaj wzór funkcji opisującej pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu.

6.16. (4 punkty)

W roku 2005 na uroczystości urodzin zapytano jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: „Jeśli swój wiek sprzed 10 lat pomnożę przez swój wiek za 11 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia”.

Ułóż odpowiednie równanie, rozwiąż je i podaj, w którym roku urodził się ten jubilat.

6.17. (2 punkty)

Rozłóż podany poniżej wielomian na czynniki grupując jego wyrazy.

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x - 16$$

6.18. (2 punkty)

Rozłóż wielomian na czynniki grupując jego wyrazy.

$$Q(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{6}x^2 - 3x + 1$$

6.19. (2 punkty)

Rozłóż wielomian na czynniki grupując jego wyrazy.

$$R(x) = \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 - 6x + 27$$

6.20. (2 punkty)

Rozłóż wielomian na czynniki grupując jego wyrazy.

$$S(x) = x^3 - \sqrt{2}x^2 + \sqrt{2}x - 2$$

6.21. (4 punkty)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 5x^2 - 9x + 45$.

Sprawdź, czy punkt $A = (1, 30)$ należy do wykresu tego wielomianu.

Zapisz wielomian $W(x)$ w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.

6.22. (2 punkty)

Rozwiąż równanie $(x^2 - 1)(x^2 - 2x) = 0$.



Odpowiada, podpowiada, ...

zadanie	rozwiązanie
6.1. CKE, 2009 próbna, 6	a) $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$
6.2. CKE 2020, 10, s. 6	b) ma dokładnie jedno rozwiązanie $x = 2$
6.3. R2K2, 891, s. 124	d) 3
6.4. R2K2, 890, s. 124	a) 0
6.5. CKE inf 2015, 15, s. 6	b) 0 oraz $\frac{1}{2}$
6.6. Z2GW, 4ac, s. 9	a) $-2t^3 + 7t^2 - t + 3$, b) $5x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 1$
6.7. Z2GW, 20b, s. 11	25
6.8. CKE 2013, 26, s. 10 CKE inf 2010, 27, s.45 CKE inf 2010, 22, s.63 CKE 2010, 27, s.10	a) $v_1 = -2, v_2 = -2\sqrt{2}, v_3 = 2\sqrt{2}$ b) $x_1 = 12$ c) $y_1 = 4, y_2 = \sqrt{3}, y_3 = -\sqrt{3}$ d) $z_1 = 7, z_2 = 2, z_3 = -2$
6.9. CKE, maj 2012, 28, s. 11	Trzeci pierwiastek wielomianu $x_3 = -3$.
6.10. CKE 2022, 8, s. 4	Iloczyn wszystkich rozwiązań równania wynosi 0.
6.11. CKE, 2010, 5, s.2	$W(x) + P(x) = 5x^2 + 12x - 3$
6.12. CKE2018, 27, s. 15	Równanie ma trzy rozwiązania rzeczywiste: $x = -5, x = -8, x = 8$.
6.13. P2NE, 2d, s. 27	$W(x) = 6x^2 \left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1)$
6.14. P2NE, 3hj, s. 27	$W(x) = (x - 4)(x + 1)^2(x + 4)$, $U(x) = x^2(x - 3)(x - 1)(x + 2)(x + 5)$
6.15. P3NE, 2, s. 260	$V(6) = 1650, P(x) = 22x^2 + 40x - 50$ dla $x > 1$
6.16. CKE, 2005 próbna, 2	Jubilat urodził się w 1960 roku.
6.17. P2NE, 2a, s. 29	$P(x) = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
6.18. P2NE, 2e, s. 29	$Q(x) = \frac{1}{6}(3x - 1)(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})$
6.19. P2NE, 2f, s. 29	$R(x) = \frac{1}{3}(2x - 9)(x - 3)(x + 3)$
6.20. P2NE, 2g, s. 29	$S(x) = (x - \sqrt{2})(x^2 + \sqrt{2})$
6.21. CKE, 2008, 8	Punkt A nie należy do wykresu wielomianu. $W(x) = (x + 3)(x - 3)(x - 5)$
6.22. CKE 2020, 27, s. 15	$x = -1, x = 0, x = 1, x = 2$