



www.matpanda.pl

Matematyka poziom spokojny

7. Funkcje wymierne ZADANIA

ZADANIA ZAMKNIĘTE

7.1. (1 punkt)

Dane jest wyrażenie $W(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \right)$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań.

Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość wyrażenia $W(x)$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$.	P	F
2.	Wyrażenie $W(x)$ można przekształcić równoważnie do wyrażenia $\frac{2x}{x^2-1}$.	P	F

7.2. (1 punkt)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-5}{x+3} = \frac{2}{3}$ jest liczba

- a) 21 b) 7 c) $\frac{17}{3}$ d) 0

7.3. (1 punkt)

Wykres funkcji $f(x) = \frac{-5}{x}$ nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu

- a) $y = -5x$ b) $y = -5$ c) $x = -5$ d) $y = 5x$

7.4. (1 punkt)

Dodatnie liczby x i y spełniają warunek $2x = 3y$.

Wynika stąd, że wartość wyrażenia $\frac{x^2+y^2}{x \cdot y}$ jest równa

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{13}{6}$ c) $\frac{6}{13}$ d) $\frac{3}{2}$

ZADANIA OTWARTE

7.5. (2 punkty)

Dane są dwie liczby x i y , takie, że iloraz $\frac{x}{y}$ jest równy $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{x+y}{x}$. Wynik podaj bez niewymierności w mianowniku.

7.6. (2 punkty)

Rozwiąż równanie

$$\frac{(4x + 1)(x - 5)}{(2x - 10)(x + 3)} = 0$$

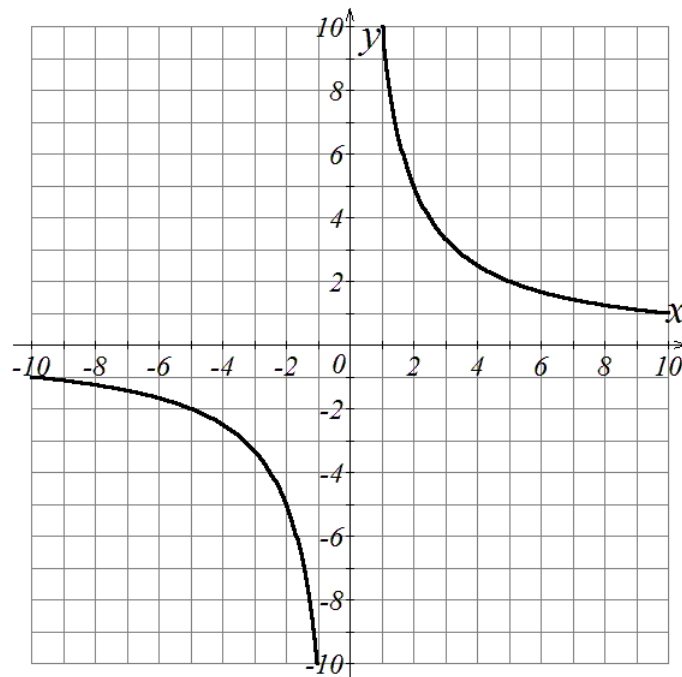
7.7. (3 punkty)

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji h , określonej dla $x \neq 0$ wzorem

$$h(x) = \frac{a}{x}.$$

Wiadomo, że do wykresu funkcji h należy punkt $P = (2, 5)$.

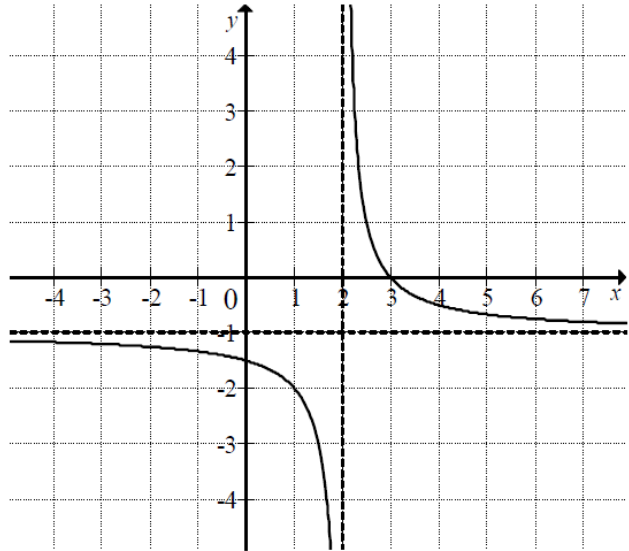
- Oblicz wartość współczynnika a .
- Ustal, czy liczba $h(\pi) - h(-\pi)$ jest dodatnia czy ujemna.
- Rozwiąż nierówność $h(x) > 5$.



7.8. (2 punkty)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji f , który powstał w wyniku przesunięcia wykresu funkcji określonej wzorem $y = \frac{1}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.

- a) Odczytaj z wykresu i zapisz zbiór tych wszystkich argumentów, dla których wartości funkcji f są większe od 0.
- b) Podaj miejsce zerowe funkcji g określonej wzorem $g(x) = f(x - 3)$.



7.9. (3 punkty)

Znajdź współrzędne tych punktów należących do wykresu funkcji $f(x) = \frac{20}{x}$, których rzędna jest o 1 większa od odciętej.

7.10. (3 punkty)

Dane są funkcje $f(x) = \frac{2}{x} - 1$ i $g(x) = \frac{2-x}{x-2}$.

Określ zbiór rozwiązań nierówności $f(x) > g(x)$.

7.11. (5 punktów)

Uczeń przeczytał książkę liczącą 480 stron, przy czym każdego dnia czytał jednakową liczbę stron. Gdyby czytał każdego dnia o 8 stron więcej, to przeczytałby książkę o 3 dni wcześniej. Oblicz, ile dni uczeń czytał książkę.



Odpowiada, podpowiada, ...

zadanie	rozwiązanie
7.1. Inf. CKE 2023, 12, s. 27	1. F, 2. P
7.2. CKE próbna 2009, 10	a) 21
7.3. R2K2, 896, s.124	d) $y = 5x$
7.4. CKE 2022, 2, s. 2	b) $\frac{13}{6}$
7.5. Inf. CKE 2023, 4, s. 15	$\frac{x+y}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
7.6. Inf. CKE 2023, 7, s. 20	$x = -\frac{1}{4}$
7.7. CKE 2008, 10, s. 14	$a = 10$, $h(x) = \frac{10}{x}$, $h(\pi) - h(-\pi) > 0$, $h(x) > 5$ dla $x \in (0, 2)$
7.8. CKE 2014, 29, s. 13	a) przedział $(2, 3)$; b) miejscem zerowym funkcji g jest liczba 6.
7.9. R2K1, 386, s.76	Punkty $(-5, -4)$ i $(4, 5)$.
7.10. R2K1, 389, s.76	Funkcja f jest malejąca w przedziale $(-\infty, 0)$ oraz w przedziale $(0, \infty)$. Funkcja g jest stała w zbiorze $\mathbf{R} \setminus \{2\}$. Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) > g(x)$ jest $(0, 2) \cup (2, \infty)$.
7.11. CKE próbna 2009, 32	Układ równań $\begin{cases} x \cdot y = 480 \\ (x + 8)(y - 3) = 480 \end{cases}$ Symbol x oznacza liczbę stron przeczytanych każdego dnia, y to liczba dni. Uczeń przeczytał książkę w ciągu 15 dni.