MATPANDA

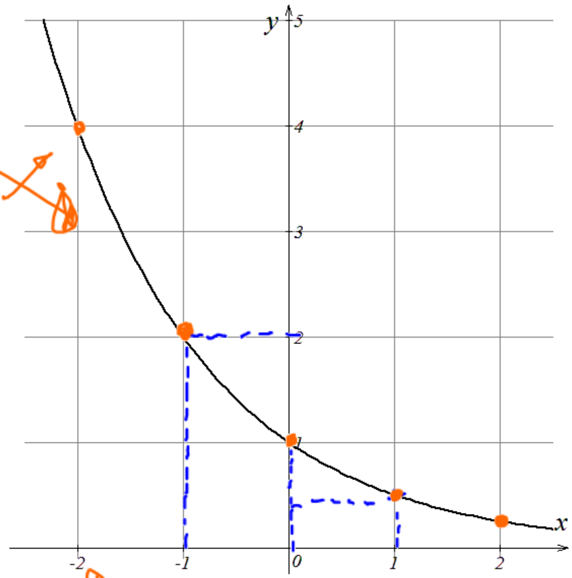
www.matpanda.pl

# Matematyka poziom spokojny

## 9. Potęgi i logarytmy TEORIA

**Funkcją wykładniczą** nazywamy funkcję zapisaną w postaci $f(x) = a^x$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, Monotoniczność (to czy rośnie lub maleje) funkcji wykładniczej zależy od $a$.

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$




$f(x) = a^x$

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

$x = 0, \quad f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

$x = 1, \quad f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$

$x = -1, \quad f(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

funkcja malejąca

Wykres funkcji $f(x) = 2^x$

$f(x) = 2^x$

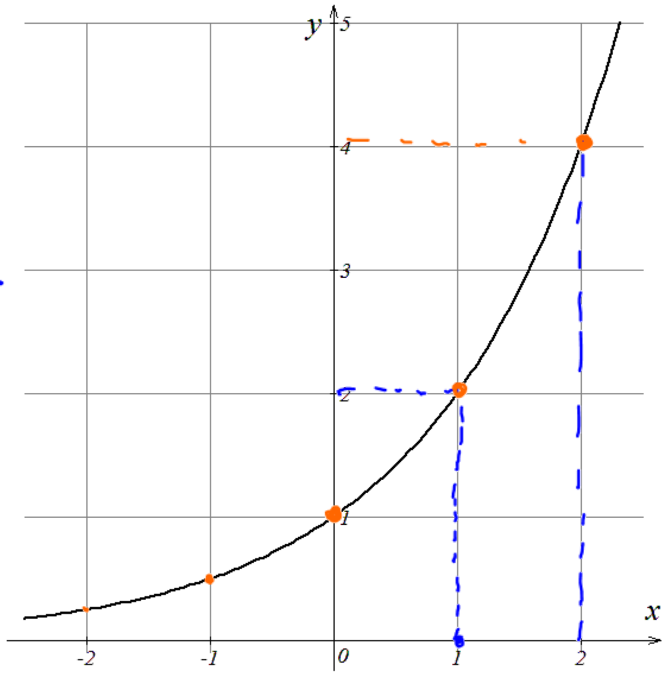
$f(0) = 2^0 = 1$

$f(1) = 2^1 = 2$

$f(2) = 2^2 = 4$

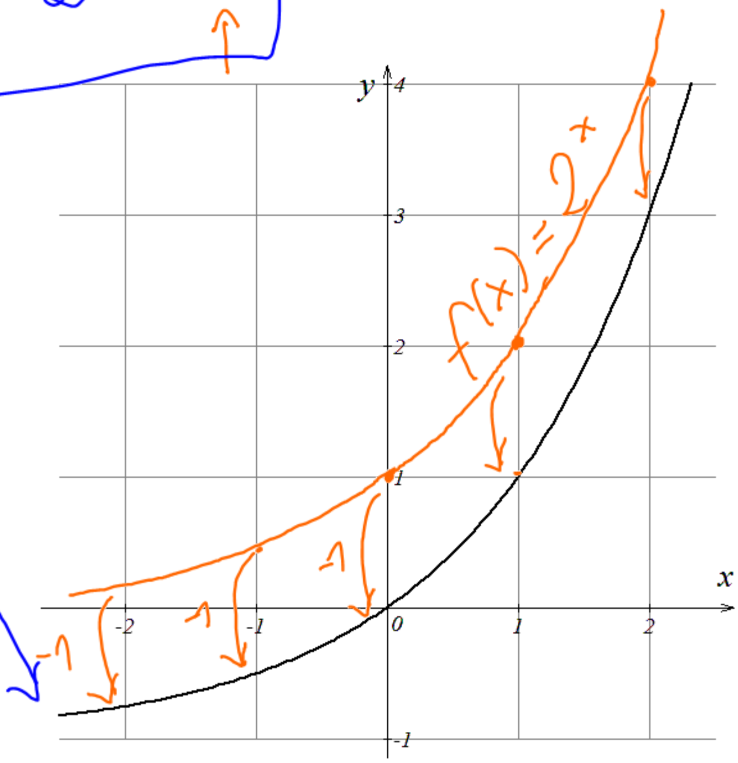
$f(x) = 2^x$

f. rosnąca



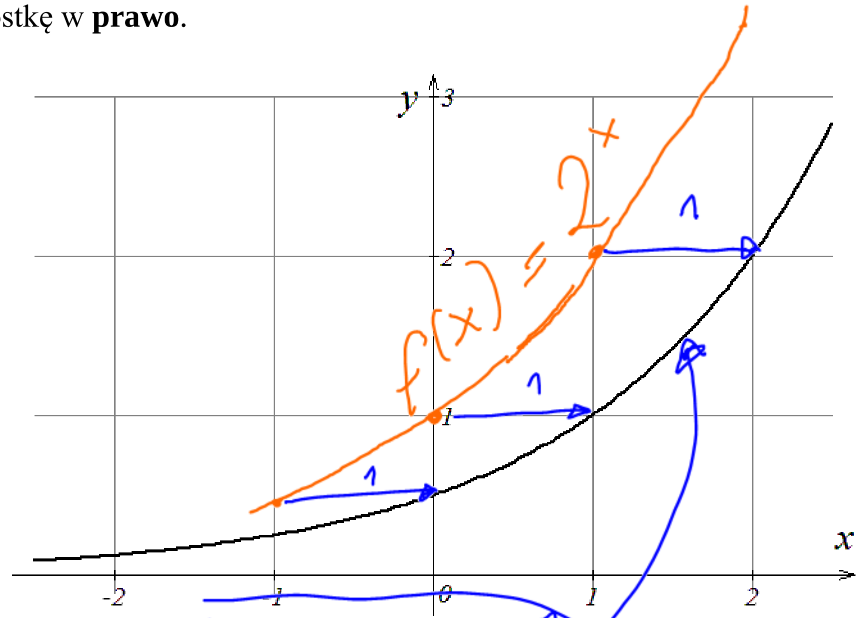
Wykres funkcji $f(x) = 2^x - 1$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = 2^x$ o jedną jednostkę w **dół**. Asymptotą poziomą tego wykresu jest funkcja $f(x) = -1$.

$f(x) = 2^x - 1$



Wykres funkcji $f(x) = 2^{x-1}$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = 2^x$ o jedną jednostkę w **prawo**.

$2^x \xrightarrow{1}$




$f(x) = 2^{x-1}$

$f(x) \rightarrow f(x-1)$ $\xrightarrow{1}$ W PRAWO

$f(x+1)$ $\leftarrow$ W LEWO

$f(x)-1$ $\downarrow$ W DÓŁ

$f(x)+1$ $\uparrow$ DO GÓRY

**Logarytmem dziesiętnym** nazywamy logarytm o podstawie 10. Zapisujemy go w postaci $\log_{10} x$ lub w krótszej formie $\log x$.

$\log_{10} 10 = 1$

$\log_{10} 100 = 2$

$\log 1000 = 3$

$\log_{10} 10\,000 = 4$

$$\boxed{\log_{10} 1000 = 3}$$

$10^3 = 1000$

**Logarytmem** liczby $b \in (0, +\infty)$ przy podstawie $a \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ nazywamy wykładnik potęgi, do której należy podnieść podstawę logarytmu, aby otrzymać liczbą logarytmowaną.

$$\log_a b = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = b$$

$$\boxed{\log_a b = x} \qquad a^x = b$$

PODSTAWA LOG

$$\log_2 8 = ?$$

$$\log_2 8 = x \qquad 2^x = 8$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$x = 3 \qquad 2^3 = 8$$

Własności logarytmów:

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x^c) = c \log_a x$$

$$\begin{cases} \log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y \\ \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \\ \log_a x^c = c \log_a x \end{cases}$$