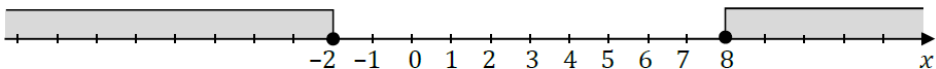
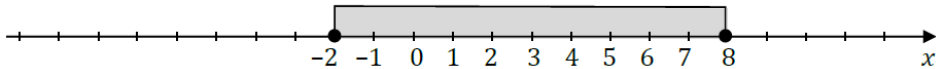
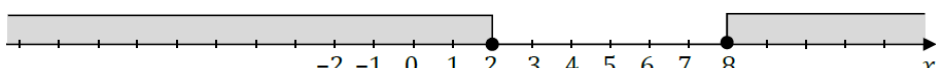


Matematyka poziom spokojny

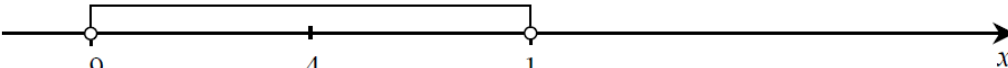
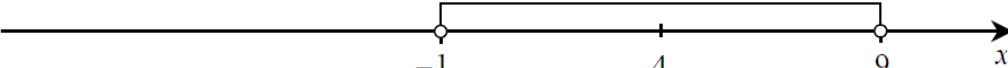
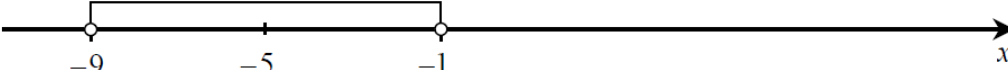
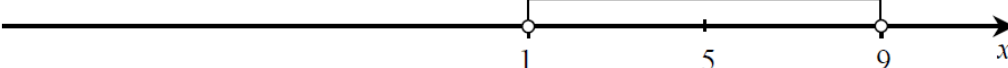
2. Wartość bezwzględna. Algebra. Procenty. ZADANIA

ZADANIA ZAMKNIĘTE

2.1. Dana jest nierówność $|x - 3| \geq 5$. Na którym rysunku prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb spełniających powyższą nierówność? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 

2.2. Wskaż rysunek, na którym zaznaczony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|x + 4| < 5$.

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 

2.3. (1 punkt)

Liczba $3^{2+\frac{1}{4}}$ jest równa

- a) $3^2 \cdot \sqrt[4]{3}$ b) $\sqrt[4]{3^3}$ c) $3^2 + \sqrt[4]{3}$ d) $3^2 + \sqrt{3^4}$

2.4. (1 punkt)

Liczba $\sqrt[3]{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{56}}$ jest równa

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{3}{2\sqrt[3]{21}}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{9}{4}$

2.5. (1 punkt)

Liczba $\frac{2^{50} \cdot 3^{40}}{36^{10}}$ jest równa

- a) 6^{70} b) 6^{45} c) $2^{30} \cdot 3^{20}$ d) $2^{10} \cdot 3^{20}$

2.6. (1 punkt)

Liczby a i c są dodatnie. Liczba b stanowi 48% liczby a oraz 32% liczby c .

Wynika stąd, że

- a) $c = 1,5a$ b) $c = 1,6a$ c) $c = 0,8a$ d) $c = 0,16a$

2.7. (1 punkt)

Cenę x pewnego towaru obniżono o 20 % i otrzymano cenę y . Aby przywrócić cenę x , nową cenę y należy podnieść o

- a) 25 % b) 20 % c) 15 % d) 12 %

2.8. (1 punkt)

Cena pewnego towaru wraz z 7-procentowym podatkiem VAT jest równa 34347 zł.

Cena tego samego towaru wraz z 23-procentowym podatkiem VAT będzie równa

- a) 37236 zł b) 39842,52 zł c) 39483 zł d) 42246,81 zł

2.9. (1 punkt)

Oprocentowanie na długoterminowej lokacie w pewnym banku wynosi 3 % w skali roku (już po uwzględnieniu podatków). Po każdym roku oszczędzania są doliczane odsetki od aktualnego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym. **Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Po 10 latach oszczędzania w tym banku (i bez wypłacania kapitału ani odsetek w tym okresie) kwota na lokacie będzie większa od kwoty wpłaconej na samym początku o (w zaokrągleniu do 1%)

- a) 30 % b) 34 % c) 36 % d) 43 %

ZADANIA OTWARTE

2.10. (2 punkty)

Wykaż, że liczba $6^{100} - 2 \cdot 6^{99} + 10 \cdot 6^{98}$ jest podzielna przez 17.

2.11. (2 punkty)

Wykaż, że liczba $4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020}$ jest podzielna przez 17.

2.12. (1 punkt)

Zapisz w postaci jednej potęgi liczbę $100^5 \cdot (0,1)^{-6}$.

2.13. (2 punkty)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność.

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0$$

2.14. (2 punkty)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i każdej liczby rzeczywistej b takich, że $b \neq a$, spełniona jest podana poniżej nierówność.

$$\frac{a^2 + b^2}{2} > \left(\frac{a + b}{2} \right)^2$$

2.15. (2 punkty)

Dane są dwie liczby x i y , takie, że iloraz $\frac{x}{y}$ jest równy $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{x+y}{x}$. Wynik podaj bez niewymierności w mianowniku.

2.16. (2 punkty)

Dane są liczby $a = \sqrt{5} - 2$ i $b = \sqrt{5} + 2$. Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{a \cdot b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \div \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

dla podanych a i b .

2.17. (3 punkty)

Rozważmy takie liczby rzeczywiste a i b , które spełniają warunki: $a \neq 0$, $b \neq 0$ oraz $a^3 + b^3 = (a + b)^3$. Oblicz wartość liczbową wyrażenia $\frac{a}{b}$ dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b , spełniających powyższe warunki.

2.18. (3 punkty)

Rozważmy dwie kolejne liczby naturalne a i b takie, że obie są niepodzielne przez 3. Udowodnij, że liczba $a^3 + b^3$ jest podzielna przez 9.

2.19. (2 punkty)

Liczba osobników pewnego zagrożonego wyginięciem gatunku zwierząt wzrosła w stosunku do liczby tych zwierząt z 31 grudnia 2011 r. o 120% i obecnie jest równa 8910. Ile zwierząt liczyła populacja tego gatunku w ostatnim dniu 2011 roku?

2.20. (2 punkty)

Pensja pana X jest o 50% wyższa od średniej krajowej, a pensja pana Y jest o 40% niższa od średniej krajowej. Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

1. Pensja pana X jest wyższa od pensji pana Y

- A. o 40% pensji pana Y.
- B. o 90% pensji pana Y.
- C. o 150% pensji pana Y.
- D. o 275% pensji pana Y.

2. Pensja pana Y jest niższa od pensji pana X

- E. o 60% pensji pana X.
- F. o 73% pensji pana X.
- G. o 90% pensji pana X.
- H. o 150% pensji pana X.



Odpowiada, podpowiada, ...

zadanie	rozwiązanie
2.1 Inf.'23, 2, s. 13	a)
2.2 CKE 2013, 1, s. 2	a)
2.3 CKE 2022, 5, s. 2	a) $3^2 \cdot \sqrt[4]{3}$
2.4 CKE 2018, 2, s. 2	c) $\frac{3}{2}$
2.5 CKE 2020, 2, s. 2	c) $2^{30} \cdot 3^{20}$
2.6 CKE 2016, 3, s.2	a) $c = 1,5a$
2.7 CKE 2020, 4, s. 2	a) 25 %
2.8 CKE 2015s, 1, s. 2	c) 39483 zł
2.9 Inf.'23, 3, s. 14	b) 34 %
2.10 CKE 2013, 31, s. 15	$6^{100} - 2 \cdot 6^{99} + 10 \cdot 6^{98} = 6^{98} \cdot (6^2 - 2 \cdot 6 + 10) = 6^{98} \cdot 2 \cdot 17$
2.11 CKE 2017, 27, s. 17	$4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020} = 4^{2017} \cdot 5 \cdot 17$
2.12. CKE 2021, 1, s.2	10^{16}
2.13 CKE 2019, 28, s.16	$(a - b)^2 \geq 0$ oraz $2a^2 + 2b^2 \geq 0$ dla a i b rzeczywistych
2.14 CKE 2022, 31, s.18	Nierówność po przekształceniach $(a - b)^2 > 0$, gdzie $a - b \neq 0$.
2.15 Inf.'23, 4, s. 15	$\frac{x+y}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
2.16 Inf.'23, 5, s. 17	$\frac{a \cdot b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \div \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b} = a \cdot b = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 1$
2.17 Inf.'23, 11, s. 25	$\frac{a}{b} = -1$
2.18 Inf.'23, 15, s. 31	$a = 3k + 1, b = 3k + 2, a^3 + b^3 = 9(6k^3 + 9k^2 + 5k + 1), k \in \{0, 1, 2, \dots\}$
2.19 CKE 2017, 4, s. 2	Populacja tego gatunku w ostatnim dniu 2011 roku liczyła 4050 zwierząt.
2.20 Inf.'23, 8, s. 22	Odpowiedzi: 1.C, 2.E.