

Matematyka poziom spokojny

1. Nierówności i zbiory ZADANIA

1.1. Wskaż przedział, który jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$3(1 - x) > 2(3x - 1) - 12x$$

- a) $(-\frac{5}{3}, +\infty)$ b) $(-\infty, \frac{5}{3})$ c) $(\frac{5}{3}, +\infty)$ d) $(-\infty, -\frac{5}{3})$

$$\begin{aligned} 3(1-x) &> 2(3x-1) - 12x \\ 3-3x &> \underline{6x-2} - \underline{12x} \\ 3-3x &> -6x-2 \quad /+6x \\ 3-3x+6x &> -2 \quad /-3 \\ 3x &> -2-3 \\ 3x &> -5 \quad /:3 \\ x &> -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

Jeśli dzielimy lub mnożymy nierówność przez liczbę ujemną to musimy zmienić znak nierówności na przeciwny!



1.2. Wskaż przedział, który jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\left[\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3} \right]$$

a) $(-\infty, \frac{1}{6})$

b) $(-\infty, \frac{2}{3})$

c) $(\frac{1}{6}, +\infty)$

d) $(\frac{2}{3}, +\infty)$

$$\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3} \quad | \cdot 2$$

$$1-2x > \frac{2}{3} \quad | -1$$

$$-2x > \frac{2}{3} - \frac{3}{3}$$

$$-2x > -\frac{1}{3} \quad | : -2$$

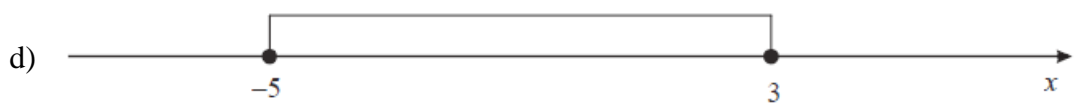
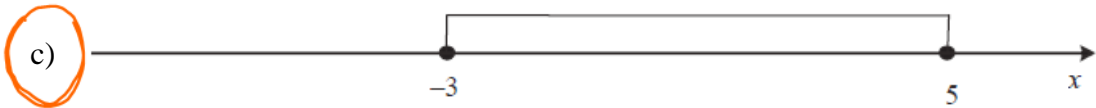
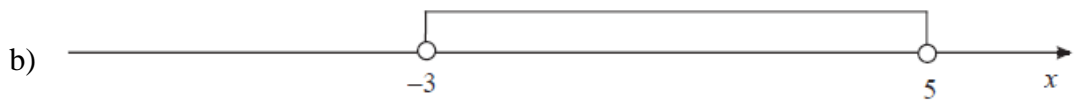
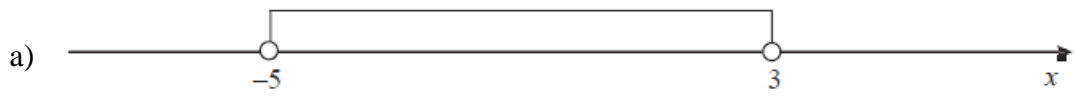
$$x < \frac{-\frac{1}{3}}{-2}$$

$$x < \frac{\frac{1}{3}}{2}$$

$$\boxed{x < \frac{1}{6}}$$



1.3. Wskaż rysunek, na którym przedstawiono przedział, będący zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-4 \leq x - 1 \leq 4$



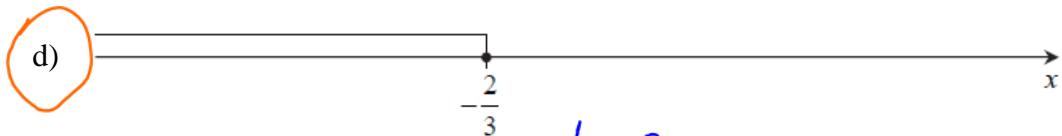
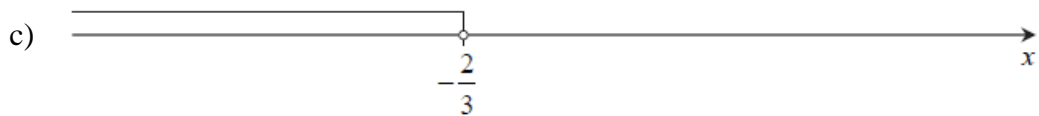
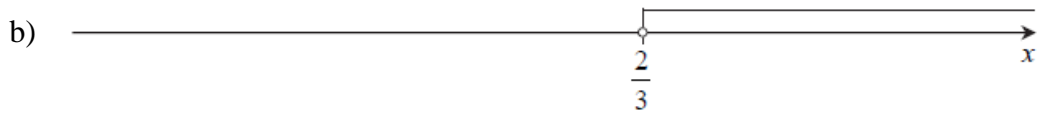
$$\underline{-4} \leq x - 1 \leq 4 \quad / +1$$

$$-4 + 1 \leq x \leq 4 + 1$$

$$\boxed{-3 \leq x \leq 5}$$

1.4. Wskaż rysunek, na którym przedstawiono zbiór wszystkich rozwiązań nierówności

$$2 - 3x \geq 4$$



$$2 - 3x \geq 4 \quad | -2$$

$$-3x \geq 2 \quad | : -3$$

$$x \leq -\frac{2}{3}$$



1.5. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\left| \frac{2}{5} - \frac{x}{3} > \frac{x}{5} \right| \quad / \cdot 15$$

jest przedział

a) $(-\infty, 0)$

b) $(0, +\infty)$

c) $(-\infty, \frac{3}{4})$

d) $(\frac{3}{4}, +\infty)$

$$3 \cdot \cancel{15} \cdot \frac{2}{\cancel{5}_1} - \cancel{15} \cdot \frac{x}{\cancel{3}_1} > \cancel{15} \cdot \frac{x}{\cancel{5}_1}$$



$$6 - 5x > 3x \quad / + 5x$$

$$6 > 8x \quad / : 8$$



$$\frac{6}{8} > x$$
$$x < \frac{\cancel{6}_3}{\cancel{8}_4}$$

$$\boxed{x < \frac{3}{4}}$$

1.6. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\left| \frac{2-x}{2} - 2x \geq 1 \right|$$

jest przedział

a) $\langle 0, +\infty \rangle$

b) $(-\infty, 0)$

c) $(-\infty, 5)$

d) $(-\infty, \frac{1}{3})$

$$\frac{2-x}{2} - 2x \geq 1 \quad | \cdot 2 \quad \text{!}$$

$$\cancel{2} - x - 4x \geq \cancel{2} \quad | -2$$

$$-5x \geq 0 \quad | : -5 \quad \text{!}$$

$$x \leq \frac{0}{-5}$$

$$\boxed{x \leq 0} \quad \rangle$$

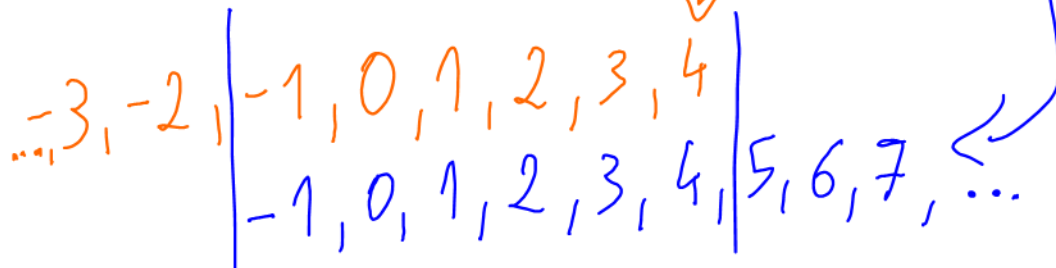
1.7. Rozważmy przedziały liczbowe $(-\infty, 5)$ i $(-1, +\infty)$. Ile jest wszystkich liczb całkowitych, które należą jednocześnie do obu rozważanych przedziałów?

a) 6

b) 5

c) 4

d) 7



1.8. Wykaż, że dla każdych trzech dodatnich liczb a , b i c takich, że $a < b$, spełniona jest nierówność

2 pkt.

$$\left[\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c} \right] / b$$



$$a < b \frac{a+c}{b+c} \quad | \cdot (b+c) \quad b+c > 0$$

$$a(b+c) < b(a+c)$$

$$\cancel{ab} + ac < \cancel{ba} + bc \quad | - ab$$

$$ac < bc \quad | : c > 0 \Rightarrow : c$$

$$a < b$$

Ponieważ powyższe nierówności są równoważne i $a < b$ jest założeniem, to kończy dowód.

1.9. Równość $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{a} = 1$ jest prawdziwa dla

a) $a = \frac{11}{20}$

b) $a = \frac{8}{9}$

c) $a = \frac{9}{8}$

d) $a = \frac{20}{11}$

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{a} &= 1 \\ 0,25 + 0,2 + \frac{1}{a} &= 1 \\ 0,45 + \frac{1}{a} &= 1 \quad / -0,45 \\ \frac{1}{a} &= 1 - 0,45 \\ \frac{1}{a} &= 0,55 \\ \frac{1}{a} &= \frac{55}{100} \\ a &= \frac{100}{55} \\ a &= \frac{20}{11}\end{aligned}$$

1.10. Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych. Wartość wyrażenia

$$2021 : \left(1 - \frac{1}{2022}\right) - \left(1 - \frac{2022}{2021}\right) : \frac{1}{2021} =$$

jest równa

a) 0

b) 1

c) 2021

d) 2023

$$= 2021 : \frac{2022 - 1}{2022} - \frac{2021 - 2022}{2021} : \frac{1}{2021} =$$

$$= 2021 : \frac{2021}{2022} - \frac{-1}{2021} : \frac{1}{2021} =$$

$$= \cancel{2021} \cdot \frac{2022}{\cancel{2021}} + \frac{1}{\cancel{2021}} \cdot \cancel{2021} =$$

$$= 2022 + 1 = 2023$$



zadanie	rozwiązanie
1.1. CKE 2020, 5, s. 2	a) $\left(-\frac{5}{3}, \infty\right)$
1.2. CKE 2018, 5, s. 2	a) $\left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$
1.3. CKE 2015N, 1, s. 2	c)
1.4. CKE 2017, 7, s. 4	d)
1.5. CKE 2022, 7, s. 4	c) $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$
1.6. CKE 2021, 6, s. 2	b) $(-\infty, 0)$
1.7. CKE 2021, 3, s. 2	a) 6 liczb
1.8. CKE 2021, 30, s. 17	Podpowiedź: przekształć nierówność z tematu zadania do postaci równoważnej i wykorzystaj informację, że liczby a , b i c są dodatnie i $a < b$. $\frac{c(a-b)}{b(b+c)} < 0$
1.9. CKE 2019, 4, s. 2	Podana równość jest prawdziwa dla d) $a = \frac{20}{11}$
1.10. Inf. CKE 2023, 1, s. 12	d) 2023

Oznaczenie pod numerem zadania „CKE 20RR, Z, s. X” wskazuje na źródło tematu, którym jest zadanie o numerze Z ze strony X arkusza maturalnego z roku 20RR. Na przykład pierwsze zadanie naszego kursu (1.1.) było tematem maturalnym na poziomie podstawowym w roku 2020 i na drugiej stronie arkusza, wśród zadań z wyborem odpowiedzi (z jeden punkt) miało przydzielony numer 5. Oznaczenie „Inf. CKE 2023” podaje źródło zadania, którym jest "INFORMATOR o egzaminie maturalnym z matematyki jako przedmiotu obowiązkowego (poziom podstawowy) od roku szkolnego 2022/2023", dostępny na stronie Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.

https://cke.gov.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/Informator_EM2023_matematyka_PP.pdf