www.matpanda.pl

Matematyka
poziom spokojny

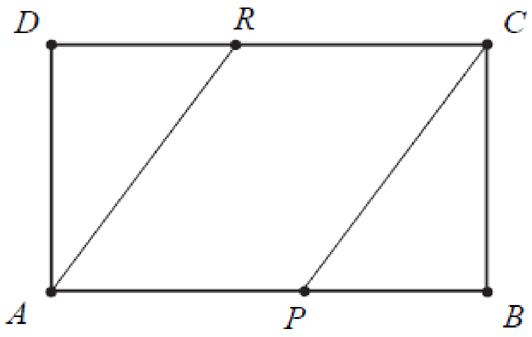
5. Planimetria
ZADANIA

ZADANIA ZAMKNIĘTE

5.1. (1 punkt)

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90.

Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R, takie, że $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$.



Pole czworokąta $APCR$ jest równe

a) 36 b) 40 c) 54 d) 60

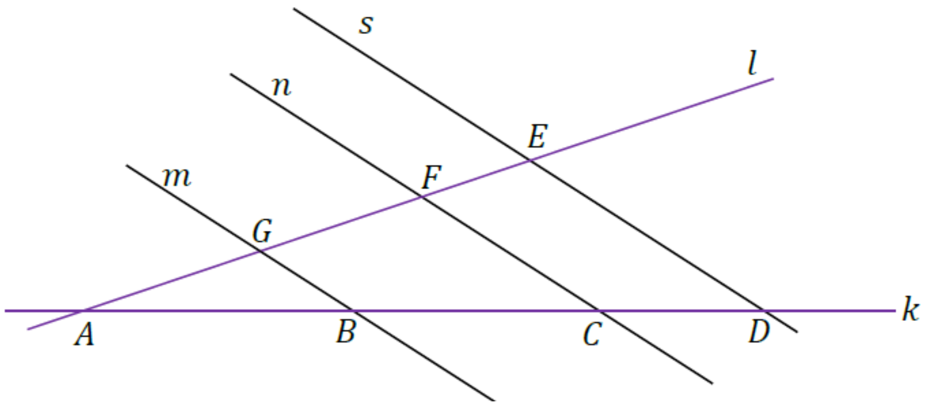
5.2. (1 punkt)

Trójkąt ABC jest prostokątny. Odcinek AD jest wysokością tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka A na przeciwprostokątną BC. Wtedy

a) $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|CD|}{|AC|}$ b) $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|CD|}{|AD|}$ c) $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AC|}{|AB|}$ d) $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|BC|}{|BD|}$

5.3. (1 punkt)

Proste k i l przecinają się w punkcie A. Proste m, n i s są do siebie równoległe i przecinają obie proste k i l w punktach B, C, D, E, F, G (zobacz rysunek poniżej), w taki sposób, że: $|BC| = 30$, $|CD| = 20$, $|GF| = 21$.

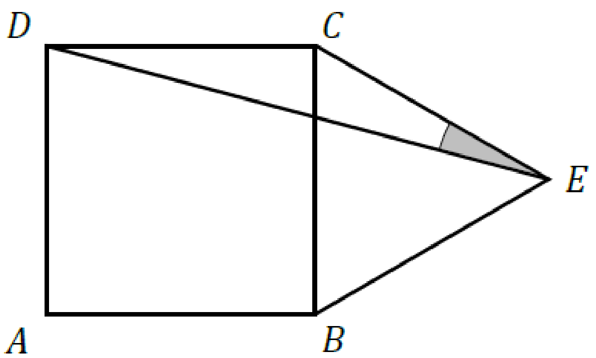


Długość odcinka FE jest równa

a) 10 b) 11 c) 12 d) 14

5.4. (1 punkt)

Na boku BC kwadratu $ABCD$ (na zewnątrz) zbudowano trójkąt równoboczny BEC.



Miara kąta DEC jest równa

a) $10°$ b) $20°$ c) $15°$ d) $30°$

5.5. (1 punkt)

Boki równoległoboku mają długości 6 i 10, a kąt rozwarty między tymi bokami ma miarę $120°$. Pole tego równoległoboku jest równe

a) $30\sqrt{3}$ b) 30 c) $60\sqrt{3}$ d) 60

5.6. (1 punkt)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg $\mathcal{O}$ określony równaniem: $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–G.

1. Środek S okręgu $\mathcal{O}$ ma współrzędne:

A. $S = (2, -3)$

B. $S = (-2, -3)$

C. $S = (-2, 3)$

D. $S = (2, 3)$

2. Promień r okręgu $\mathcal{O}$ jest równy:

E. $r = 16$

F. $r = 4$

G. $r = 5$

5.7. (1 punkt)

Współrzędne x punktów przecięcia okręgu $\mathcal{O}$ określonego równaniem

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$$

z osią $0x$ wynoszą:

a) $x_1 = 2 - \sqrt{7},\ x_2 = 2 + \sqrt{7}$

b) $x_1 = 3 - \sqrt{7},\ x_2 = 3 + \sqrt{7}$

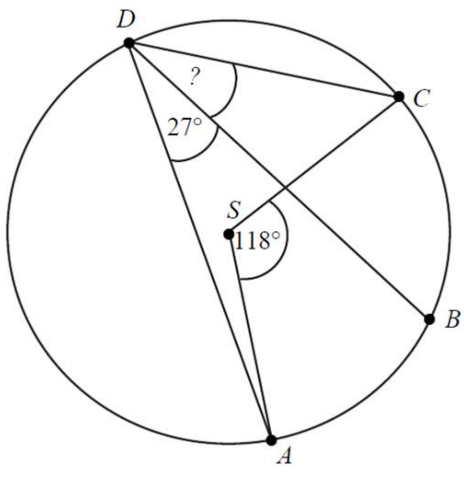
c) $x_1 = 2 - 2\sqrt{3},\ x_2 = 2 + 2\sqrt{3}$

d) $x_1 = 3 - 2\sqrt{3},\ x_2 = 3 + 2\sqrt{3}$

5.8. (1 punkt)

Punkty $ABCD$ leżą na okręgu o środku S.

Miara kąta BDC jest równa



a) $91°$

b) $72{,}5°$

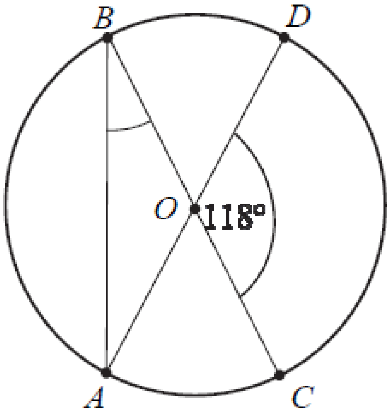
c) $18°$

d) $32°$

5.9. (1 punkt)

Punkty A, B, C, D leżą na okręgu o środku w punkcie O.

Kąt środkowy DOC ma miarę $118°$.

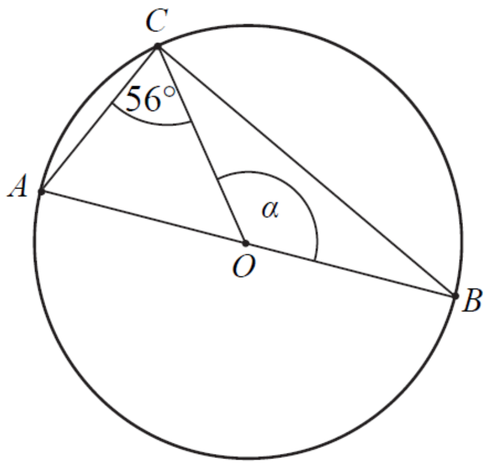


Miara kąta ABC jest równa:

a) $59°$ b) $48°$ c) $62°$ d) $31°$

5.10. (1 punkt)

Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu.



Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę:

a) $116°$ b) $114°$ c) $112°$ d) $110°$

ZADANIA OTWARTE

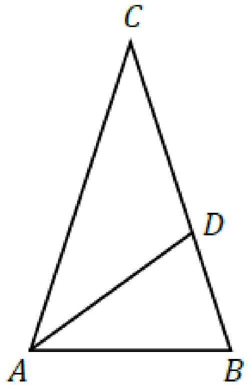
5.11. (2 punkty)

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.

5.12. (2 punkty)

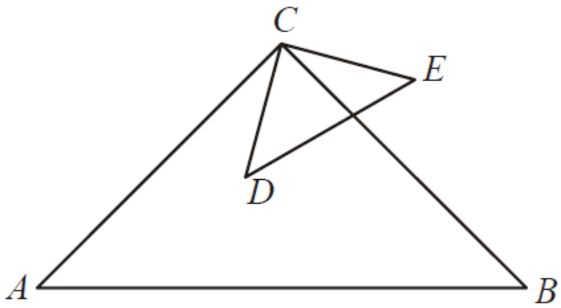
Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w takim punkcie D, że trójkąty ABC i BDA są podobne.

Oblicz miarę kąta BAC.



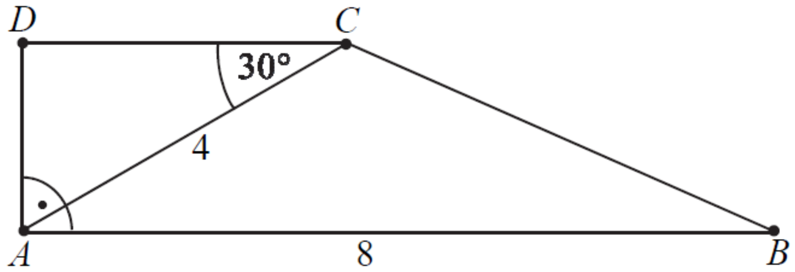
5.13. (2 punkty)

Trójkąty prostokątne równoramienne *ABC* i *CDE* są położone tak, jak na poniższym rysunku (w obu trójkątach kąt przy wierzchołku *C* jest prosty). Wykaż, że długość *AD* jest równa długości *BE*.



5.14. (2 punkty)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.



5.15. (2 punkty)

Trójkąt równoboczny ABC ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku BC przecina boki AB i AC – odpowiednio – w punktach K i L. Trójkąty ABC i AKL są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $\frac{3}{2}$.

Oblicz długość boku trójkąta AKL.

5.16. (4 punkty)

Dany jest punkt $A = (-18, 10)$.

Prosta o równaniu $y = 3x$ jest symetralną odcinka AB.

Wyznacz współrzędne punktu B.

5.17. (5 punktów)

Punkty $A = (-20, 12)$ i $B = (7, 3)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Wierzchołek C leży na osi $0y$ układu współrzędnych. Oblicz współrzędne wierzchołka C oraz obwód tego trójkąta.

5.18. (4 punkty)

Dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = \left(5, -\frac{5}{3}\right)$.

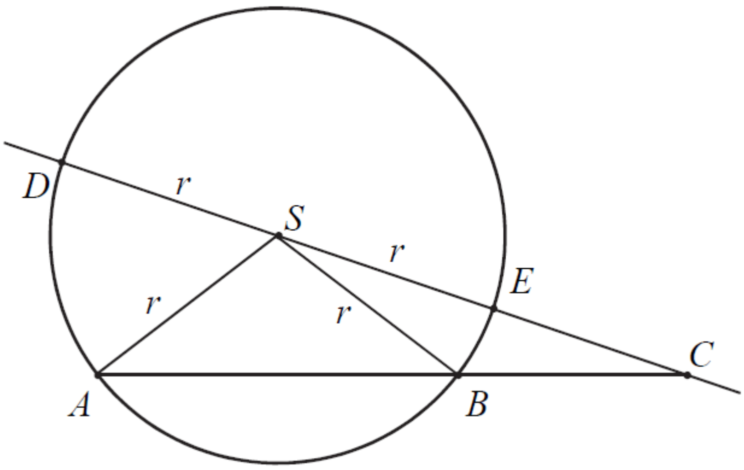
Przekątna BD tego kwadratu jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{4}{3}x$.

Oblicz współrzędne punktu przecięcia przekątnych AC i BD.

Oblicz pole kwadratu $ABCD$.

5.19. (2 punkty)

Dany jest okrąg o środku w punkcie S i promieniu r. Na przedłużeniu cięciwy AB poza punkt B odłożono odcinek BC równy promieniowi danego okręgu. Przez punkty C i S poprowadzono prostą. Prosta CS przecina dany okrąg w punktach D i E (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli miara kąta ACS jest równa α, to miara kąta ASD jest równa 3α.



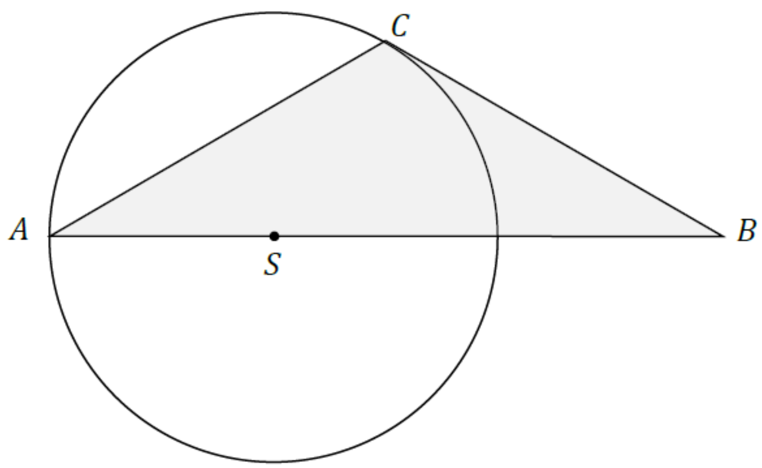
5.20. (4 punkty)

Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r.

Środek S tego okręgu leży na boku AB tego trójkąta (zobacz rysunek).

Długości boków AB i AC są równe odpowiednio $|AB| = 3r$ oraz $|AC| = \sqrt{3}r$.

Oblicz miary wszystkich kątów trójkąta ABC.



MATPANDA

Odpowiada, podpowiada, …

5.1. CKE 2020, 22, s. 10	c) 54
5.2. CKE 2022 VI, 18, s.10	a) $\frac{\lvert AD\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{\lvert CD\rvert}{\lvert AC\rvert}$
5.3. Inf'23, 39, s. 90	d) 14
5.4. CKE 2022VI, 21, s.12	c) $15°$
5.5. CKE 2022, 20, s. 12	a) $30\sqrt{3}$
5.6. Inf'23, 40.1, s. 91	1-A, 2-F
5.7. Inf'23, 40.2, s. 92	a) $x_1=2-\sqrt{7},\ x_2=2+\sqrt{7}$
5.8. CKE 2016, 7, s. 2	d) $32°$
5.9. CKE 2020, 17, s. 8	d) $31°$
5.10. CKE 2017, 15, s. 8	c) $112°$
5.11. CKE 2017, 30, s. 20	Obwód trójkąta wynosi 60 cm.
5.12. CKE 2022, 33, s. 20	Miara kąta BAC jest równa 72°.
5.13. CKE 2010, 28	Długości boków AC i CB są równe (trójkąt ABC jest równoramienny). Długości boków CD i CE są równe (trójkąt DEC jest równoramienny). Miary kątów ACD i BCE są jednakowe i wynoszą $90°-\lvert\sphericalangle DCB\rvert$. Długość AD jest równa długości BE, ponieważ trójkąty ACD i BCE są przystające.
5.14. CKE 2019, 31, s. 19	Długość przekątnej $\lvert BD\rvert=2\sqrt{17}$.
5.15. CKE 2021, 33, s. 20	Długość boku trójkąta AKL jest równa 4.
5.16. CKE 2019, 33, s. 22	Współrzędne punktu: $B=\left(\frac{102}{5},-\frac{14}{5}\right)$.
5.17. CKE 2021, 35, s. 22	Punkt $C=(0,27)$, obwód trójkąta wynosi $50+9\sqrt{10}$.
5.18. CKE 2020, 32, s. 20	$O=\left(1,\frac{4}{3}\right)$ jest punktem przecięcia przekątnych AC i BD. $P_{ABCD}=50$.
5.19. CKE 2019, 29, s. 17	Trójkąt CSB jest równoramienny; $\lvert\sphericalangle CBS\rvert=180°-2\alpha$ i $\lvert\sphericalangle ABS\rvert=2\alpha$. Ponieważ $\lvert\sphericalangle ASB\rvert=180°-4\alpha$ i $\lvert\sphericalangle ASD\rvert+\lvert\sphericalangle ASB\rvert+\lvert\sphericalangle BSC\rvert=180°$, to z $\lvert\sphericalangle ASD\rvert+180°-4\alpha+\alpha=180°$ otrzymujemy $\lvert\sphericalangle ASD\rvert=3\alpha$.
5.20. Inf.'23, 31, s. 66	$\lvert\sphericalangle CAB\rvert=30°,\ \lvert\sphericalangle ABC\rvert=30°,\ \lvert\sphericalangle BCA\rvert=120°$